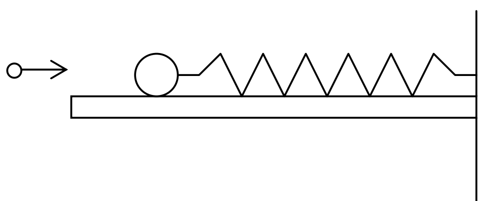
18. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (Бања Лука, 16. април 2011)

II РАЗРЕД

1. У хоризонтално постављен цилиндар дужине $L = 0{,}5m$ и пречника $d = 1cm$, убачен је клип масе $m = 0{,}2kg$ занемарљиве дебљине, једнако удаљен од оба краја цилиндра. Ако се цилиндар са обе стране затвори тако да притисак у оба дијела износи $p = 1bar$, а затим постави у вертикални положај, израчунати за коју вриједност ΔL ће се клип помјерити наниже. Сматрати да је трење између клипа и цилиндра занемарљиво и да се температура ваздуха не мијења приликом помјерања клипа. $g = 9{,}81 m/s^2$. (1 bar =10^5 Pa)

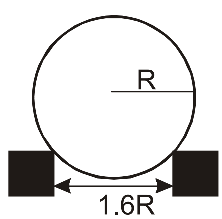
2. Кроз хоризонталну цијев пречника $5cm$, под дејством спољашњег притиска од $2bara$, протиче вода. Цијев на свом крају има конусно сужење, тако да пречник отвора кроз који истиче вода износи $2cm$. Израчунати запремински проток воде кроз цијев под условом да вода истиче у атмосферу. Узети да је атмосферски притисак $1bar$, а густина воде $\rho = 1000 kg/m^3$.

3. На глатком столу лежи дрвена кугла масе $4{,}99kg$, спојена са опругом коефицијента еластичности $k = 500 N/m$ за зид. Из пушке се испали метак масе $10g$ који брзином $800 m/s$ погоди куглу и остане у њој. Израчунати амплитуду насталих осцилација.



4. Камен је бачен са торња под углом $\alpha_0 = 30^0$ према хоризонталној равни брзином $v_0 = 10 m/s$. Колико је најкраће растојање L од мјеста одакле је камен бачен до мјеста гдје се камен налази $t = 4s$ послије бацања? ($g = 9{,}81 m/s^2$)

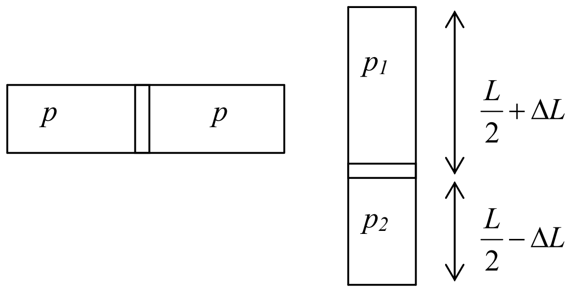
5. Лопта чији је полупречник R котрља се равномерно без клизања, дуж две хоризонталне и параллелне шине (слика). Растојање између шина је $1{,}6$R и брзина најниже тачке лопте, у односу на Земљу, је $5 cm/s$. Колики пут пређе центар лопте за $20 s$?



Задатке припремили: Богдан Мијатовић и Милко Бабић
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1.



У вертикалном положају цилиндра

$p_2 = p_1 + p_k$ (1)

p_k - притисак који врши клип својом тежином.

Температура гаса се не мијења па важи:

$pV = p_1V_1$, $\qquad p_1 = p\dfrac{V}{V_1}$ (2)

$pV = p_2V_2$, $\qquad p_2 = p\dfrac{V}{V_2}$ (3)

Запремине су: $V = S\dfrac{L}{2}$, (4) $V_1 = S\left(\dfrac{L}{2} + \Delta L\right)$ (5) $V_2 = S\left(\dfrac{L}{2} - \Delta L\right)$ (6),

а $p_k = \dfrac{Q}{S} = \dfrac{mg}{\frac{d^2\pi}{4}} = \dfrac{4mg}{d^2\pi}$ (7). Уврштавањем израза (4) и (5) у (2) и (4) и (6) у (3) а потом израза (2), (3) и (7) у (1) након сређивања се добија квадратна једначина:

$\Delta L^2 + \dfrac{d^2\pi Lp}{4mg}\Delta L - \dfrac{L^2}{4} = 0$, чије је рјешење $\Delta L = 3{,}1cm$ Друго рјешење је негативно и нема физички значај.

2.

Бернулијева једначина за хоризонталну струјну цијев: $p_1 + \dfrac{\rho v_1^2}{2} = p_0 + \dfrac{\rho v_2^2}{2}$ (1)

Једначина континуитета: $S_1v_1 = S_2v_2$, (2) гдје је $S_1 = \dfrac{d_1^2\pi}{4}$ (3) и $S_2 = \dfrac{d_2^2\pi}{4}$, (4) након уврштавања (3) и (4) у (2) добија се $v_1 = \left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)^2 v_2$ (5). Уврштавањем (5) у (1) добија се

$v_2 = \sqrt{\dfrac{2(p_1 - p_0)}{\rho\left[1 - \left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}}$. Запремински проток $Q_2 = S_2v_2 = \dfrac{d_2^2\pi}{4}\cdot\sqrt{\dfrac{2(p_1 - p_0)}{\rho\left[1 - \left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}}$,

што након уврштавања бројних вриједности $Q_2 = 4{,}5\dfrac{l}{s}$.

3.

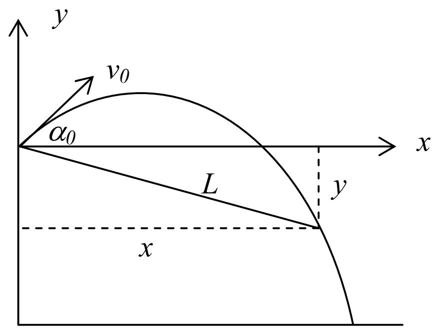
Закон одржања импулса за овај случај: $mv_0 = (M + m)v$, (1) одатле $v = \dfrac{m}{M + m}v_0$.

У моменту удара метка у куглу укупна енергија је $E = E_k = \dfrac{1}{2}(M + m)\left(\dfrac{m}{M + m}\right)^2 v_0^2$.

Након тога се кугла сабија опругу док се њена кинетичка енергија не претвори у потенцијалну енергију сабијене опруге: $\dfrac{1}{2}kx_0^2 = \dfrac{1}{2}(M + m)\left(\dfrac{m}{M + m}\right)^2 v_0^2$, одатле

$x_0 = \dfrac{mv_0}{M + m}\sqrt{\dfrac{M + m}{k}}$, $\qquad x_0 = 16cm$.

4.



Са слике се види да је $L=\sqrt{x^2+y^2}$, где су x и y координате камена у датом тренутку времена. Зависност координата камена од времена дате су релацијама:

$x = v_0 \cos\alpha_0 \cdot t$ и $y = v_0 \sin\alpha_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

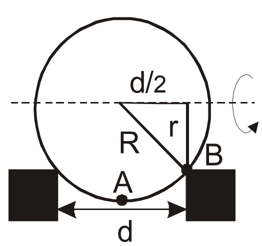
На основу тога $L = t\sqrt{v_0^2 - v_0 g \sin\alpha_0 \cdot t + \frac{g^2t^2}{4}}$

$L = 67{,}9m$

5.

Растојање s за које се помери центар лопте за време t је $s = vt$, где је v брзина центра лопте. Најнижа тачка лопте А има, у односу на Земљу, брзину $\vec{v}_A$ која је једнака збиру брзине центра лопте и периферијске брзине $\vec{v}_P$ тачке А. Периферијска брзина тачке А је $v_P = \omega R$ где је ω угаона брзина лопте. Угаона брзина тачке B којом се лопта ослања на шину је $v_B = \omega r$ где је r растојање тачке B од осе обртања. Пошто нема клизања важи $v_B = v = \omega r$. Брзине су супротног смера па је $v_A = v_P - v$ односно $v = \frac{v_A}{\frac{R}{r}-1}$. Како је $r = \sqrt{R^2 - d^2/4}$, (слика) за брзину центра лопте се добија $v = \frac{v_A}{\frac{2R}{\sqrt{4R^2-d^2}}-1}$.

Коначно, тражено растојање је $s = \frac{v_A t}{\frac{2}{\sqrt{4-\left(\frac{d}{R}\right)^2}}-1} = 150cm$



.